PROBABILIDADE

"Em um experimento aleatório, cujo espaço amostral é equiprovável, a probabilidade de um evento ocorrer é dada pelo quociente entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis."(Laplace)

ESPAÇO AMOSTRAL

Dado um fenômeno aleatório, isto é, sujeito às leis do acaso, chamamos de espaço amostral ao conjunto formado por todos os resultados possíveis de ocorrer.

Exemplos:

Lançamento de um dado, observando a face voltada para cima $\Rightarrow E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Lançamento de duas moedas, observando as faces voltadas para cima $\Rightarrow E = \{(ca, ca),(ca, co), (co, ca), (co, co)\}$.

EVENTO

Chama-se evento a qualquer subconjunto do espaço amostral.

Assim, por exemplo, no lançamento de um dado, o evento ocorrência de um número par é {2, 4, 6}.

- Observações:

Se $A = \varnothing$, A é um evento impossível.

Se $A = E$, A é um evento certo.

EVENTOS MUTUAMENTE EXCLUSIVOS

Dois eventos são mutuamente exclusivos quando não possuem elemento comum.

Assim, por exemplo, no lançamento de um dado, o evento **A** ocorrência de número maior que 5 e o evento **B** ocorrência de número ímpar menor que 4 são exclusivos, pois A = {6} e B = {1,3}.

Note que $\mathbf{A \cap B = \varnothing}$.

EVENTOS COMPLEMENTARES

Dois eventos são complementares quando cada um é formado por todos os resultados que não são do outro, ou seja, quando são exclusivos e a sua união é o espaço amostral.

Representamos o complementar de um evento **A** por $\overline{A}$ ou por A^C.

Então, pela definição: $A \cap \overline{A} = \varnothing$ e $A \cup \overline{A} = E$.

PROBABILIDADE

Sendo **n(A)** o número de elementos de um evento **A** e **n(E)** o número de elementos do espaço amostral **E**, ($E \neq \varnothing$ e $A \subset E$), a probabilidade do evento A, que se indica por **P(A)**, é o número:

$$\boxed{P(A) = \frac{n(A)}{n(E)}}$$

Em que n(A) é o número de casos favoráveis ao evento A e n(E) o número de casos possíveis, desde que sejam igualmente prováveis (equiprováveis).

Observações:

- $P(E) = 1$
- $P(\varnothing) = 0$
- $0 \leq P(A) \leq 1$
- $P(A) + P(\overline{A}) = 1$

PROBABILIDADE DE OCORRER O EVENTO A OU B

Dados dois eventos A e B, a probabilidade de ocorrer A ou ocorrer B significa a probabilidade de ocorrer o evento $A \cup B$.
A probabilidade de ocorrer A ou B é igual à soma da probabilidade de A com a de B, menos a probabilidade da intersecção $A \cap B$.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

- Observação:

Se A e B são mutuamente exclusivos, ou seja $A \cap B = \varnothing$, a probabilidade de ocorrer A ou B é igual à soma da probabilidade de A com a de B, pois $P(A \cap B) = P(\varnothing) = 0$.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

EVENTOS INDEPENDENTES

Dois eventos X e Y são ditos independentes quando o produto de suas probabilidades é igual a probabilidade da interseção de seus eventos, ou seja, $P(X \cap Y) = P(X).P(Y)$.

Obs: três eventos podem ser independentes dois a dois, mas não independentes entre si.

PROBABILIDADE CONDICIONAL

Seja E um evento arbitrário em um espaço amostral S, com $P(E) > 0$. A probabilidade de um evento A ocorrer, uma vez que E tenha ocorrido ou, em outras palavras, a probabilidade condicional de A dado E, escrita P(A/E), é definida como:

$$P(A/E) = \frac{P(A \cap E)}{P(E)}.$$

LEMBRETE IMPORTANTE:

Conectivo "OU" ⇒ SOMA.
Conectivo "E" ⇒ MULTIPLICAÇÃO.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Uma urna contém 15 bolas numeradas de 1 a 15. Uma bola é extraída ao acaso da urna. Qual a probabilidade de ser sorteada uma bola com número maior ou igual a 11?

Resolução:

Temos:

$\Omega = \{1, 2, 3, ..., 15\}$

Seja o evento E: "o número da bola sorteada é maior ou igual a 11". Temos: $E = \{11, 12, 13, 14, 15\}$.

Assim:

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} \cong 33,3\%.$$

2. Um dado é lançado e observa-se o número da face voltada para cima. Qual a possibilidade de esse número ser:

a) menor que 3?

b) maior ou igual a 3?

Resolução:

Temos: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

a) Seja E o evento "o número é menor que 3".

Temos: $E = \{1, 2\}$.

Então, $P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

b) Basta considerar o evento complementar em relação ao evento anterior, isto é, $E^c = \{3, 4, 5, 6\}$.

Assim, $P(E^c) = \frac{n(E^c)}{n(\Omega)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

Note sempre que $P(E) + P(E^c) = 1$.

---

3. Uma classe tem 20 meninos e 25 meninas. Deseja-se formar uma comissão de cinco alunos para representantes de classe. Qual a probabilidade de essa comissão vir a ser formada exclusivamente por meninos?

Resolução:

O número de elementos de Ω é igual ao número de maneiras de se escolher uma comissão qualquer de cinco pessoas, a partir dos 45 alunos. Como vimos, $n(\Omega) = C_{45,5}$.

O evento E que nos interessa é aquele em que "todos os alunos da comissão são meninos". O número de comissões assim existentes é $C_{20,5}$.

Assim, a probabilidade pedida é:

$$P(E) = \frac{C_{20,5}}{C_{45,5}} \cong 0,0126 = 1,26\%.$$

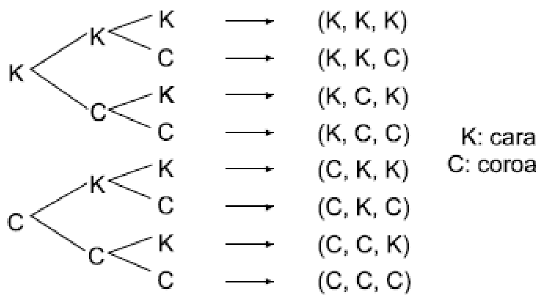
4. Uma moeda é lançada três vezes, sucessivamente. Qual a probabilidade de observarmos:

a) exatamente uma cara?

b) no máximo duas caras?

Resolução:

Vamos construir um diagrama de árvore onde na 1ª, 2ª e 3ª colunas, respectivamente, representaremos os possíveis resultados para o 1º, 2º e 3º lançamentos.



O espaço amostral é formado pelas oito seqüências indicadas.

a) O evento E_1 que nos interessa é:

{(K, C, C), (C, K, C), (C, C, K)}

Assim, $P(E_1) = \frac{n(E_1)}{n(\Omega)} = \frac{3}{8} = 37,5\%$.

b) As seqüências que nos interessam são aquelas que apresentam nenhuma, uma ou duas caras. Assim, o evento pedido é:

E_2 = {(C, C, C), (K, C, C), (C, K, C), (C, C, K), (K, K, C), (K, C, K), (C, K, K)}

Logo, $P(E_2) = \frac{7}{8} = 87,5\%$.

5. No sorteio de um número natural de 1 a 100, qual a probabilidade de sair um múltiplo de 10 ou 15?

Resolução:

A probabilidade de sair um número múltiplo de 10 é a probabilidade do evento A = {10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100}. Temos $P(A) = \frac{10}{100}$.

A probabilidade de sair um múltiplo de 15 é a probabilidade do evento B = {15, 30, 45, 60, 75, 90}. Temos $P(B) = \frac{6}{100}$.

Como $A \cap B$ = {30, 60, 90}, temos $P(A \cap B) = \frac{3}{100}$.

Então,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{10}{100} + \frac{6}{100} - \frac{3}{100} = \frac{13}{100}.$$

Assim, a probabilidade de sair um múltiplo de 10 ou 15 é igual a $\frac{13}{100}$.

---

6. (MAUÁ - SP) Uma caixa contém 11 bolas numeradas de 1 a 11. Retirando-se uma delas ao acaso, observa-se que a mesma traz um número ímpar. Determinar a probabilidade de que esse número seja menor que 5.

Resolução:

Lembremos que os problemas de probabilidade condicional referem-se a dois eventos. Pela nossa terminologia, o evento A é o que estamos calculando a probabilidade de ocorrer, sendo que o evento B já ocorreu.

Então:

A = {1, 2, 3, 4}
B = {1, 3, 5, 7, 9, 11}
$A \cap B$ = {1, 3}

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} \Rightarrow P(A|B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

7. (UNIT – 1º. /2002) Uma moeda não viciada é lançada 5 vezes. A probabilidade de que o lado "coroa" apareça pela segunda vez apenas no quinto lançamento é

(A) $\frac{5}{32}$ (B) $\frac{1}{8}$ (C) $\frac{3}{32}$ (D) $\frac{1}{16}$ (E) $\frac{1}{32}$

Resolução:

Vejamos os possíveis lançamentos da moeda.

Seja K = cara e C = coroa.

Se o lado coroa deve aparecer pela segunda vez apenas no quinto lançamento e são feitos exatos cinco lançamentos, então a outra coroa aparece no intervalo do primeiro ao quarto lançamento, alternando com as outras três caras.

(C, K, K, K, C), (K, C, K, K, C), (K, K, C, K, C), (K, K, K, C, C).

A probabilidade de ocorrer cara é igual a probabilidade de ocorrer coroa e é igual a 50% ou $\frac{1}{2}$.

Por ser o primeiro lançamento independente do segundo, o segundo do terceiro e assim sucessivamente, então temos o produto das probabilidades, pois devemos pensar assim: ocorre o primeiro lançamento **E** o segundo lançamento **E** o terceiro lançamento **E** o quarto lançamento **E** o quinto lançamento.

Lembre-se que o conectivo **E** implica em produto. Assim,

$\to$ Prob. do evento (C, K, K, K, C) = $\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{1}{32}$.

$\to$ Prob. do evento (K, C, K, K, C) = $\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{1}{32}$.

$\to$ Prob. do evento (K, K, C, K, C) = $\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{1}{32}$.

$\to$ Prob. do evento (K, K, K, C, C) = $\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{1}{32}$.

Portanto são quatro opções que temos: **OU** ocorre (C, K, K, K, C), **OU** ocorre (K, KC, K, K, C), **OU** ocorre (K, K, C, K, C), **OU** ocorre (K, K, K, C, C) durante os cinco lançamentos.

Lembre-se que o conectivo **OU** implica em soma. Assim, a probabilidade de ocorrer a 2ª coroa no quinto lançamento será igual a $\frac{1}{32}+\frac{1}{32}+\frac{1}{32}+\frac{1}{32} = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$.

Resposta CORRETA: letra b.

8. (FUVEST) Considere o experimento que consiste no lançamento de um dado perfeito (todas as faces têm probabilidades iguais). Com relação a esse experimento considere os seguintes eventos:

I	O resultado do lançamento é par.
II	O resultado do lançamento é estritamente maior que 4.
III	O resultado é múltiplo de 3.

a) I e II são eventos independentes?
b) II e III são eventos independentes?

Justifique suas respostas.

Resolução:

a) Para responder a questão, lembremos que: $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

$$I = \{2, 4, 6\} \Rightarrow P(I) = \frac{n(I)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

$$II = \{5, 6\} \Rightarrow P(II) = \frac{n(II)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

$$I \cap II = \{6\} \Rightarrow P(I \cap II) = \frac{n(I \cap II)}{n(S)} = \frac{1}{6}.$$

Como $P(I \cap II) = P(I).P(II)$, concluímos que os eventos I e II são independentes.

b) Do item anterior, temos que $P(II) = \frac{1}{3}$.

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

$$III = \{3, 6\} \Rightarrow P(III) = \frac{n(III)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

$$II \cap III = \{6\} \Rightarrow P(II \cap III) = \frac{n(II \cap III)}{n(S)} = \frac{1}{6}.$$

Como $P(II \cap III) \neq P(II).P(III)$, concluímos que os eventos II e III são dependentes.

QUESTÕES DE PROVAS DE CONCURSOS

Nota: nas questões identificadas como adaptadas, foram excluídos os itens que não dizem respeito ao assunto, porém foram mantidos os seus textos ou comandos originais.

1. (CESPE – MJ – Policial Rodoviário Federal – 2004)

Considere que a tabela abaixo mostra o número de vítimas fatais em acidentes de trânsito ocorridos em quatro estados brasileiros, de janeiro a junho de 2003.

estado em que ocorreu o acidente	total de vítimas fatais	
	sexo masculino	sexo feminino
Maranhão	225	81
Paraíba	153	42
Paraná	532	142
Santa Catarina	188	42

A fim de fazer um estudo de causas, a PRF elaborou 1.405 relatórios, um para cada uma das vítimas fatais mencionadas na tabela acima, contendo o perfil da vítima e as condições em que ocorreu o acidente. Com base nessas informações, julgue os itens que se seguem, acerca de um relatório escolhido aleatoriamente entre os citados acima.

48 A chance de que esse relatório corresponda a uma vítima do sexo feminino é superior a 23%.

49 A probabilidade de que esse relatório corresponda a uma vítima de um acidente ocorrido no estado do Maranhão é superior a 0,2.

50 Considerando que o relatório escolhido corresponda a uma vítima do sexo masculino, a probabilidade de que o acidente nele mencionado tenha ocorrido no estado do Paraná é superior a 0,5.

51 Considerando que o relatório escolhido corresponda a uma vítima de um acidente que não ocorreu no Paraná, a probabilidade de que ela seja do sexo masculino e de que o acidente tenha ocorrido no estado do Maranhão é superior a 0,27.

52 A chance de que o relatório escolhido corresponda a uma vítima do sexo feminino ou a um acidente ocorrido em um dos estados da região Sul do Brasil listados na tabela é inferior a 70%.

Resolução:

48 → Número de casos favoráveis (Evento): Vítimas do sexo feminino ⇒ n(E) = 81 + 42 + 142 + 42 = 307.

→ Número de casos possíveis (Universo) ⇒ n(U) = 1.405.

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(U)} = \frac{307}{1405} = 0{,}2185 = 21{,}85\ \%.$$

Item ERRADO.

49 → Número de casos favoráveis (Evento): Vítimas no Maranhão ⇒ n(E) = 225 + 81 = 306.

→ Número de casos possíveis (Universo) ⇒ n(U) = 1.405

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(U)} = \frac{306}{1405} = 0{,}2178 = 21{,}78\ \%.$$

Item CORRETO.

50 Vítima do sexo masculino → total – vítimas do sexo feminino ⇒ 1.405 – 307 = 1.098.

→ Número de casos possíveis (Universo) ⇒ n(U) = 1.098.

→ Número de casos favoráveis (Evento): Vítimas do Estado do Paraná e do sexo masculino ⇒ n(E) = 532.

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(U)} = \frac{532}{1098} = 0{,}4845 = 48{,}45\ \%.$$

Item ERRADO.

51 → Número de casos possíveis (Universo): Vítima de um acidente que não ocorreu no Paraná ⇒ 1.405 – (532 + 142) ⇒ n(U) = 731.

→ Número de casos favoráveis (Evento): sexo masculino e do Estado do Maranhão ⇒ n(E) = 225.

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(U)} = \frac{225}{731} = 0{,}3078 = 30{,}78\ \%.$$

Item CORRETO.

52 Há uma dependência entre os eventos, pois existem vítimas do sexo feminino que se acidentaram nos estados da região Sul do Brasil listados na tabela.

Seja P(A) o evento $\Rightarrow$ vítima do sexo feminino.

Seja P(B) o evento $\Rightarrow$ acidentes ocorridos em um dos estados da região Sul do Brasil listados na tabela.

P(A) **ou** P(B) $\Rightarrow$ o conectivo **ou** impõe uma adição.

A união de P(A) com P(B) será:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$\rightarrow P(A) = \frac{307}{1405} = 0,2185 = 21,85$ % (É o item ❶).

$\Rightarrow$ Acidentes em SC e PR: 188 + 42 + 532 + 142 = 904.

$\rightarrow P(B) = \frac{904}{1405} = 0,6434 = 64,34$ %.

A interseção dos dois eventos será:

$\rightarrow$ Número de casos possíveis (Universo) $\Rightarrow$ n(U) = 1.405

$\rightarrow$ Número de casos favoráveis (Evento): Vítimas do sexo feminino que se acidentaram nos estados de Santa Catarina e Paraná $\Rightarrow$ 142 + 42 $\Rightarrow$ n(E) = 184.

$\rightarrow P(A \cap B) = \frac{184}{1405} = 0,1309 = 13,09$ %.

$\Rightarrow P(A \cup B) = \frac{307}{1405} + \frac{904}{1405} - \frac{184}{1405} = \frac{1027}{1405} = 0,7309.$

$\Rightarrow P(A \cup B) = 73,09$ %.

Item ERRADO.

2. (CESPE – CREA – DF – 2003 – Assistente Administrativo)

A probabilidade é um ramo da Matemática que surgiu no início do século XVII para tratar dos jogos de azar da época, como os jogos de dados, cartas e loteria, que permanecem até hoje. Nesse sentido, considere uma loteria de 6 números e somente um prêmio a ser concedido. Suponha também que o número de bilhetes que cada indivíduo pode comprar seja menor do que a quantidade de números da loteria. Com base nessas condições, julgue os itens abaixo.

116 Se um indivíduo adquire 2 bilhetes para uma só extração, então a probabilidade de ele ganhar algum prêmio é maior que $\frac{1}{2}$.

117 Um indivíduo que adquire 2 bilhetes, um para cada uma de duas extrações, tem probabilidade entre 0,6 e 0,8 de não ganhar prêmio algum.

<u>Resolução</u>:

116 A probabilidade do indivíduo ser premiado em somente um extração é igual a $\frac{1}{6}$.

Em duas extrações $\Rightarrow \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Portanto, menor que $\frac{1}{2}$.

Item ERRADO.

117 A probabilidade do indivíduo não ser premiado em uma extração é igual a $\frac{5}{6}$.

Em probabilidade, o conectivo e impõe um produto.

Ele não deve ser premiado na primeira extração e também na segunda $\Rightarrow \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{36} \cong 0,694$.

Item CORRETO.

3. (CESPE – BANESE – SE – 2004 - Trainee Informática)

Considere a situação em que uma agência bancária possua 8 caixas eletrônicos, dos quais 3 não estão funcionando, enquanto outra agência do mesmo banco possui 20 caixas eletrônicos, dos quais 8 não estão funcionando. Supondo que um cliente desse banco não dispõe de qualquer informação a respeito do funcionamento dos caixas e considerando que o banco possua apenas essas duas agências, julgue os itens seguintes.

26 Se o cliente for à primeira agência e, em seguida, for à segunda agência, a probabilidade de ele ir a um caixa eletrônico em funcionamento na 1.ª tentativa em ambas as agências é inferior a 25%.

27 A probabilidade de o cliente, na 1.ª tentativa dirigir-se a um caixa eletrônico em funcionamento de uma dessas agências e, em seguida, a um caixa que não está funcionando na outra agência, é inferior a 50%.

Resolução:

26 O cliente tem que ir à primeira agência e, em seguida, à segunda agência.

Vamos considerar a primeira agência aquela que possui 8 caixas eletrônicos e a segunda agência a que 20 caixas eletrônicos.

Em probabilidade, o conectivo e ⇒ produto das probabilidades, quando os eventos são independentes.

A probabilidade de um evento E é dado por: $P(E) = \dfrac{n(E)}{n(U)}$.

Número de casos possíveis (Universo) ⇒ n(U).
Número de casos favoráveis (Evento) ⇒ n(E).

Seja E o evento: ir à primeira agência e caixa eletrônico estar funcionando ⇒ n(U) = 8 e n(E) = 5 ⇒ $P(E) = \dfrac{5}{8}$.

Seja A o evento: ir à segunda agência e caixa eletrônico estar funcionando ⇒ n(U) = 20 e n(A) = 12.

$\Rightarrow P(A) = \dfrac{12}{20} = \dfrac{3}{5}$.

Assim, a probabilidade será $\dfrac{5}{8} \cdot \dfrac{3}{5} = \dfrac{3}{8}$ = 0,375 = 37,5%.

Item ERRADO.

27 O cliente vai a primeira agência com caixa eletrônico funcionado e à segunda não, **ou**, o cliente vai a primeira agência e não encontra caixas eletrônicos funcionando, mas na segunda sim.

Em probabilidade, o conectivo **ou** ⇒ união, soma, quando os eventos são independentes.

• 1ª situação: O cliente vai a primeira agência com caixa eletrônico funcionado e à segunda não.

Seguindo o mesmo raciocínio do item anterior:

Probabilidade ⇒ $\dfrac{5}{8} \cdot \dfrac{8}{20} = \dfrac{1}{4}$.

• 2ª situação: O cliente vai a primeira agência e não encontra caixas eletrônicos funcionando, mas na segunda sim.

Probabilidade ⇒ $\dfrac{3}{8} \cdot \dfrac{12}{20} = \dfrac{9}{40}$.

Somando as duas probabilidades ⇒ $\dfrac{1}{4} + \dfrac{9}{40} = \dfrac{19}{40}$.

Se o numerador fosse 20, teríamos 50% de probabilidade. Como é menor que 20, a probabilidade é inferior a 50%.

Item CORRETO.

4. (ESAF – MPU – 2004 –Técnico Administrativo)

Carlos sabe que Ana e Beatriz estão viajando pela Europa.Com as informações que dispõe, ele estima corretamente que a probabilidade de Ana estar hoje em Paris é 3/7, que a probabilidade de Beatriz estar hoje em Paris é 2/7, e que a probabilidade de ambas, Ana e Beatriz, estarem hoje em Paris é 1/7. Carlos, então, recebe um telefonema de Ana informando que ela está hoje em Paris. Com a informação recebida pelo telefonema de Ana, Carlos agora estima corretamente que a probabilidade de Beatriz também estar hoje em Paris é igual a

a) 1/7. b) 1/3. c) 2/3. d) 5/7. e) 4/7.

Resolução:

Considere A o evento "Ana está hoje em Paris" e C o evento "ambas, Ana e Beatriz, estarão hoje em Paris". A probabilidade de condicional, isto é, a probabilidade de Beatriz estar em Paris, dado que Ana já está em Paris será dada por:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1/7}{3/7} = \frac{1}{3}.$$

Onde $P(A \cap B)$ e $P(A)$ estão explicitamente citadas na questão.

Resposta CORRETA: letra b.

---

5. (CESPE – Roraima – CER – 2004 – Técnicos de Nível Superior)

Em uma repartição com 40 funcionários, trabalham analistas de recursos humanos, analistas de sistemas e outros profissionais que exercem vários tipos de atividades. Sabe-se que desses funcionários 20 são analistas de recursos humanos, 18 são analistas de sistemas e 5 exercem as duas atividades: analista de recursos humanos e analista de sistemas.

Com base nas informações acima, julgue os itens que se seguem.

54 Escolhendo-se ao acaso um dos funcionários da repartição, a probabilidade de ele ser apenas analista de recursos humanos é superior a 40%.

55 A probabilidade de um funcionário escolhido ao acaso exercer outra atividade que não seja a de analista de recursos humanos nem a de analista de sistemas é superior a 20%.

Resolução:

Seja A o conjunto dos analistas de recursos humanos.

Seja B o conjunto dos analistas de sistemas.

O número de elementos dos dois conjuntos é a soma do número de elementos do conjunto A com o número de elementos do conjunto B menos a interseção entre eles, ou seja, menos aqueles que exercem as duas atividades.

$n[A \cup B] = n[A] + n[B] - n[A \cap B] \Rightarrow n[A \cup B] = 20 + 18 - 5 = 33.$

Como 5 funcionários exercem ambas as atividades, então, aqueles que exercem somente a atividade de analista de recursos humanos totalizam 20 – 5 = 15 funcionários.

E, pelo mesmo raciocínio, como 5 funcionários exercem ambas as atividades, então, aqueles que exercem somente a atividade de analista de sistemas totalizam 18 – 5 = 13 funcionários.

Como o universo é formado por 40 funcionários, então 40 – 33 = 7 são aqueles outros profissionais que exercem vários tipos de atividades.

54 Probabilidade do evento E $\Rightarrow$ $P(E) = \frac{n(E)}{n(U)}$, onde

Número de casos possíveis (Universo) $\Rightarrow n(U)$.
Número de casos favoráveis (Evento) $\Rightarrow n(E)$.

Na questão $n(U) = 40$ e $n(E) = 15$.

$P(E) = \frac{15}{40} = \frac{3}{8} = 0{,}375$ ou 37,5%.

Item ERRADO.

55 Número de casos possíveis (Universo) $\Rightarrow n(U) = 40$.
Número de casos favoráveis (Evento) $\Rightarrow n(E) = 7$.

$P(E) = \frac{7}{40} = 0{,}175$ ou 17,5%.

Item ERRADO.

6. (FGV – BESC – 2004 – Assistente Administrativo)

Dois jogadores, X e Y, apostaram em um jogo de cara-e-coroa, combinando que o primeiro a conseguir 6 vitórias ganharia a aposta. X já obteve 5 vitórias e Y, apenas 3. Qual é a probabilidade de X ganhar o jogo?

(A) 7/8 (B) 4/5 (C) 3/4 (D) 3/5 (E) 1/2

Resolução:

Se X já obteve 5 vitórias, então, ainda é possível os seguintes resultados para que X se declare vencedor do jogo:

- 1º – X poderá vencer a próxima e fim de jogo → probabilidade de X vencer é igual a $\frac{1}{2}$.

Ou

- 2º – Y poderá vencer a próxima e em seguida X vencer e fim de jogo → probabilidade de X perder = $\frac{1}{2}$ e X vencer em seguida = $\frac{1}{2}$. Quando usamos o conectivo e multiplicamos as probabilidades. Então $\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$.

Ou

- 3º – Y poderá vencer as duas próximas e em seguida X vencer e fim de jogo → probabilidade de X perder as duas próximas, isto é, uma e outra = $\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$ e X vencer em seguida = $\frac{1}{2}$. Então $\frac{1}{4}.\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$.

Obs: são essas três opções, pois se Y vencesse as três seguidas, quem venceria o jogo seria o jogador Y.

A soma das probabilidades (pois estamos usando o conectivo **ou**) ⇒ $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$.

Resposta CORRETA: letra A.

7. (ESAF – MPU – 2004 – Técnico em Informática – Transporte – Orçamento – Segurança)

Os registros mostram que a probabilidade de um vendedor fazer uma venda em uma visita a um cliente potencial é 0,4. Supondo que as decisões de compra dos clientes são eventos independentes, então a probabilidade de que o vendedor faça no mínimo uma venda em três visitas é igual a

a) 0,624. b) 0,064. c) 0,216. d) 0,568. e) 0,784.

Resolução:

Seja E o evento: o vendedor não fará qualquer venda nas três visitas.

Seja $\overline{E}$ o complemento do evento E, ou seja, o vendedor fará pelo menos uma das três vendas (nas três visitas).

Quando dois eventos são complementares, temos:

$P(E) + P(\overline{E}) = 1$, isto é , 100%.

Se a probabilidade de um vendedor fazer uma venda em uma visita a um cliente potencial é 0,4, então a probabilidade dele não fazer a venda é o seu complemento, isto é, 1 – 0,4 = 0,6.

Se o vendedor tem que fazer no mínimo uma venda em três visitas, ele pode fazer uma, duas ou três vendas!

Isto é, ele só não pode deixar de fazer venda! Esses dois períodos acima são eventos complementares!

Vejamos então, a probabilidade do evento E: ele não deve fazer qualquer venda, que é o mesmo que: ele não deve fazer a primeira venda **e** não deve fazer a segunda venda **e** também não deve fazer a terceira venda.

Em probabilidade, o conectivo **e** impõe um produto.

Então, P(E) = 0,6 x 0,6 x 0,6 = 0,216 ou 21,6%.

Como $P(E) + P(\overline{E}) = 1 \Rightarrow P(\overline{E}) = 1 - 0{,}216 = 0{,}784$.

Resposta CORRETA: letra e.

8. (CESPE – SEBRAE – 2001 – Técnico em Tecnologia e em Inovação e Acesso à Tecnologia)

Dois dados não-viciados, X e Y, cujas faces representam os números de 1 a 6, são lançados ao acaso. Em relação aos números mostrados nas faces superiores desses dados, após eles pararem, considere que A, B e C correspondam, respectivamente, aos seguintes eventos: a soma desses números é igual a 5; a soma desses números é igual a 7; o número da face superior do dado Y é igual a 6. Com base nessas informações, julgue os itens abaixo.

1 A probabilidade do evento B é igual a $\frac{1}{6}$.

2 A probabilidade da união dos eventos B e C é igual a $\frac{2}{6}$.

3 Os eventos A e C são independentes.

4 Os eventos B e C são independentes.

5 A probabilidade de ocorrer ao menos um dos 3 eventos — A, B ou C — é igual a $\frac{15}{36}$.

Resolução:

A = {(2, 3), (3, 2), (1, 4), (4, 1)} $\Rightarrow$ n(A) = 4.

B = {(3,4), (4, 3), (1, 6), (6, 1), (2, 5), (5, 2)} $\Rightarrow$ n(B) = 6.

C = {(1, 6), (2, 6), (3, 6), (4, 6), (5, 6), (6, 6)} $\Rightarrow$ n(C) = 6.

Probabilidade do evento E $\Rightarrow$ $P(E) = \frac{n(E)}{n(U)}$, onde

Número de casos possíveis (Universo) $\Rightarrow$ n(U).
Número de casos favoráveis (Evento) $\Rightarrow$ n(E).

Na questão o número de casos possíveis é $\Rightarrow$ n(U) = 6 x 6.

$\Rightarrow$ n(U) = 36.

1 Número de casos favoráveis (Evento) $\Rightarrow$ n(B) = 6.

P(B) = $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

Item CORRETO.

2 Sejam os conjuntos Q e I . Pela teoria de conjuntos, temos que: $n(Q \cup I) = n(Q) + n(I) - n(Q \cap I)$

Em "português": o número de elementos da união de dois conjuntos é igual a soma dos elementos desses conjuntos, menos o número de elementos da interseção desses conjuntos.

Observe que o par (1, 6) faz parte do conjunto B e C. Portanto a união $n(B \cup C) = 6 + 6 - 1 = 11$.

Número de casos favoráveis (Evento) $\Rightarrow$ $n(B \cup C) = 11$.

$P(B \cup C) = \frac{11}{36} \cong 0{,}30$.

Item ERRADO.

3 Dois eventos X e Y são ditos independentes quando o produto de suas probabilidades é igual a probabilidade da interseção de seus eventos, ou seja, $P(X \cap Y) = P(X).P(Y)$.

A e C não têm elementos em comum, isto é, $n(A \cap C) = 0$.

Então $P(A \cap C) = 0$.

Como P(A) e P(C) são diferentes de zero, conclui-se que $P(A \cap C) \neq P(A).P(C)$.

A título de ilustração, calculemos P(A) e P(C):

Número de casos favoráveis (Evento) $\Rightarrow$ n(A) = 4.

P(A) = $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$.

Número de casos favoráveis (Evento) $\Rightarrow$ n(C) = 6.

P(C) = $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

Item ERRADO.

4 n(B ∩ C) = 1 (o par (1, 6)) ⇒ P(B ∩ C) = $\frac{1}{36}$.

P(B) = $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ e P(C) = $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$. Então P(B).P(C) = $\frac{1}{36}$.

Os eventos são independentes, pois P(B ∩ C) = P(B).P(C).

Item CORRETO.

5 Total de pares ⇒ 4 + 6 + 6 – 1= 15, lembrando que o par (1, 6) está em B e C.

Então, n(A ∪ B ∪ C) = 15 ⇒ P(A ∪ B ∪ C) = $\frac{15}{36}$.

Item CORRETO.

---

9. (ESAF – MPU – 2004 – Técnico em Informática – Transporte – Orçamento – Segurança)

Quando Lígia pára em um posto de gasolina, a probabilidade de ela pedir para verificar o nível de óleo é 0,28; a probabilidade de ela pedir para verificar a pressão dos pneus é 0,11 e a probabilidade de ela pedir para verificar ambos, óleo e pneus, é 0,04. Portanto, a probabilidade de Lígia parar em um posto de gasolina e não pedir nem para verificar o nível de óleo e nem para verificar a pressão dos pneus é igual a

a) 0,25. b) 0,35. c) 0,45. d) 0,15. e) 0,65.

Resolução:

Seja A o evento: verificar o nível de óleo ⇒ P(A) = 0,28.

Seja B o evento: verificar a pressão dos pneus ⇒ P(B) = 0,11.

Seja a interseção A ∩ B o evento: verificar ambos, óleo e pneus ⇒ P(A∩B) = 0,04.

Temos que P(A∪B) = P(A) + P(B) – P(A∩B).

⇒ P(A∪B) = 0,28 + 0,11 – 0,04 = 0,35.

Então, a probabilidade de Lígia parar em um posto de gasolina e não pedir nem para verificar o nível de óleo e nem para verificar a pressão dos pneus é igual ao complemento de P(A∩B), ou seja, 1 – 0,35 = 0,65.

Resposta CORRETA: letra e.

10. (CESPE – SEBRAE – 2001 – Técnico em Auditoria)

Cinco pessoas, A, B, C, D e E, sentam-se para jantar em uma mesa redonda. Considerando que os lugares desses cinco indivíduos à mesa sejam designados ao acaso, julgue os seguintes itens.

1 A probabilidade de A e B sentarem-se lado a lado é igual a $\frac{1}{2}$.

2 A probabilidade de A e B não se sentarem um ao lado do outro é igual a $\frac{1}{2}$.

3 A probabilidade de B sentar-se imediatamente à direita de A é igual a $\frac{1}{6}$.

4 A probabilidade de nem B nem C sentarem-se ao lado de A é igual a $\frac{1}{6}$.

5 A probabilidade de nem B nem C nem D sentarem-se ao lado de A é igual a $\frac{1}{6}$.

Resolução:

Permutação circular $PC_n = (n – 1)!$

Probabilidade do evento E ⇒ $P(E) = \frac{n(E)}{n(U)}$, onde

Número de casos possíveis (Universo) ⇒ n(U).
Número de casos favoráveis (Evento) ⇒ n(E).

O número de casos possíveis é ⇒ n(U) = (5 – 1)! = 4! = 24.

1 A e B sempre juntos, é o mesmo que racionarmos que existem apenas quatro pessoas em volta da mesa: AB, C, D e E.

Como A pode estar a esquerda ou a direita de B, o número de casos favoráveis (Evento) ⇒ n(E) = 2.(4 – 1)! = 2 x 3! = 2 x 6.

⇒ n(E) = 12.

P(E) = $\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$.

Item CORRETO.

2 A probabilidade de ocorrer um evento E mais a probabilidade de ocorrer seu complementar $\overline{E}$ é igual a 1 ou 100%, ou seja, $P(E) + P(\overline{E}) = 1$.

Assim, conclui-se que esse item é o complementar do item anterior.

$P(\overline{E}) = 1 - P(E) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

Item CORRETO.

3 É a situação do item **1** sem multiplicarmos por 2.

$\Rightarrow n(E) = (4 - 1)! = 3! = 6$.

$P(E) = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$.

Item ERRADO.

4 A, D e E têm que estar sempre juntos. Então ADE "são apenas uma pessoa"! É o mesmo que racionarmos que existem apenas três pessoas em volta da mesa: ADE, C, e B.

O número de casos favoráveis (Evento):

$\Rightarrow n(E) = 2. (3 - 1)! = 2 \times 2! = 2 \times 2 \Rightarrow n(E) = 4$.

O valor multiplicado por 2, é que B e C podem trocar de posições.

$P(E) = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$.

Item CORRETO.

5 Probabilidade igual a zero. Impossível nem B nem C nem D deixarem de ficar ao lado de A.

Um deles estará, junto com E, ao seu lado!

Item ERRADO.

11. (CESPE – PARANAPREVIDÊNCIA – 2002 – Analista Previdenciário Pleno – Área de Estatística).

Uma empresa adotou uma política de contratação de deficientes físicos. Para avaliar se as deficiências afetam o desempenho desses empregados no trabalho, foi gerado o seguinte quadro, a partir de uma avaliação dos 400 empregados dessa empresa.

desempenho	tipo de deficiência				total
	surdez	cegueira	outras	sem deficiência	
bom	35	40	2	123	200
regular	5	20	18	157	200
total	40	60	20	280	400

Com relação aos dados do texto, julgue os seguintes itens.

❶ Se um empregado for escolhido ao acaso, a probabilidade de ele ser considerado como tendo bom desempenho será igual a 0,50.

❷ Se um empregado for escolhido ao acaso entre os empregados considerados como tendo bom desempenho, a probabilidade de ele ser cego será de 0,20.

❸ Considere A o evento "o empregado é surdo" e B o evento "o empregado tem desempenho regular". Se um empregado for escolhido ao acaso entre os 400 avaliados, a probabilidade de ele ser surdo e ter sido avaliado como tendo desempenho regular, $P(A \cap B)$, será igual a $P(A) \times P(B) = 0{,}05$.

❹ Considere C o evento "o empregado é cego" e B o evento "o empregado tem desempenho regular". Se um empregado for escolhido ao acaso, a probabilidade condicional será $P(B/C) = \frac{P(B \cap C)}{P(B)} = 0{,}10$.

❺ Considere B o evento "o empregado tem desempenho regular" e D o evento "o empregado tem desempenho bom". Os eventos B e D são independentes, pois $P(B \cap D) = 0$.

Resolução:

❶
→ Número de casos possíveis (Universo) $\Rightarrow n(U) = 400$.
→ Número de casos favoráveis (Evento = empregados com bom desempenho) $\Rightarrow n(E) = 200$.

$P(E) = \frac{n(E)}{n(U)} = \frac{200}{400} = 0{,}50$ ou 50%.

Item CORRETO.

❷ → Número de casos possíveis (Universo = empregados com bom desempenho) ⇒ n(U) = 200.

→ Número de casos favoráveis (Evento = empregados com cegueira e de bom desempenho) ⇒ n(E) = 40.

$P(E) = \frac{n(E)}{n(U)} = \frac{40}{200} = 0{,}20$ ou 20%.

Item CORRETO.

❸ A interseção entre os eventos A e B – $P(A \cap B)$ – ser surdo e de desempenho regular, totaliza 5 empregados.

→ Número de casos possíveis (Universo) ⇒ n(U) = 400.
→ Número de casos favoráveis (Evento = empregados com surdez e com regular desempenho) ⇒ n(E) = 5.

$P(E) = \frac{n(E)}{n(U)} = \frac{5}{400} = 0{,}0125$ ou 1,25%.

Item ERRADO.

❹ A probabilidade condicional de B dado que ocorreu C, escrita $P(B/C) = \frac{P(B \cap C)}{P(C)}$.

Portanto, desse modo, já julgamos o item com falso.

A título de ilustração, vamos calcular P(B/C).

→ $n(B \cap C) = 20$ empregados de um universo de 400 empregados.

Assim, $P(B \cap C) = \frac{20}{400} = \frac{1}{20}$.

→ n(C) = 60 empregados de um universo de 400 empregados.

$P(C) = \frac{60}{400} = \frac{3}{20}$.

$P(B/C) = \frac{P(B \cap C)}{P(C)} = \frac{1/20}{3/20} = \frac{1}{3} = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$.

Item ERRADO.

❺ Dois eventos X e Y são ditos independentes quando o produto de suas probabilidades é igual a probabilidade da interseção de seus eventos, ou seja, $P(X \cap Y) = P(X).P(Y)$.

→ Evento B - "o empregado tem desempenho regular":

$\Rightarrow P(B) = \frac{200}{400} = \frac{1}{2}$.

→ Evento D - "o empregado tem desempenho bom":

$\Rightarrow P(D) = \frac{200}{400} = \frac{1}{2}$.

→ Evento interseção $(B \cap D)$ - ter desempenho bom e regular:

⇒ Probabilidade igual a zero.

Portanto $P(B) \times P(D) \neq P(B \cap D) \Rightarrow$ eventos não são independentes.

Item ERRADO.

12. (ACEP – BNB – 2003 – Assistente Administrativo)

Numa pequena empresa de montagem, com 50 empregados, o gerente resolveu avaliar o desempenho dos seus funcionários. Foi constatado que 5 trabalhadores completavam o trabalho além do tempo exigido; 6 montavam os produtos com defeito; e 2 completavam defeituosamente e além do tempo exigido. O trabalhador que se enquadrar em qualquer uma dessas situações é considerado como de fraco desempenho. Pergunta-se: qual a probabilidade de o gerente atribuir desempenho fraco a um trabalhador qualquer?

a) 16% b) 14% c) 18% d) 26% e) 22%

Resolução:

Sejam os conjuntos:

A = {trabalhadores que completavam o trabalho além do tempo exigido}.

→ n(A) = 5.

B = {trabalhadores que montavam os produtos com defeito}.

→ n(B) = 6.

$A \cap B$ = {trabalhadores que completavam defeituosamente e além do tempo exigido}.

→ $n(A \cap B) = 2$

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cup B) = 5 + 6 - 2 = 9$.

• Probabilidade $P(E) = \dfrac{n(E)}{n(U)}$.

→ Universo U = {50 empregados}
→ Nº de casos possíveis (Universo) ⇒ n(U) = 50.

→ Evento E = {empregados com desempenho fraco}
→ Nº de casos favoráveis (Evento) ⇒ $n(E) = n(A \cup B) = 9$.

$P(E) = \dfrac{n(E)}{n(U)} = \dfrac{9}{50} = 0{,}18 = 18\%$.

Resposta CORRETA: letra c.

13. (ESAF – MPU – 2004 – Técnico em Informática – Transporte – Orçamento – Segurança)

André está realizando um teste de múltipla escolha, em que cada questão apresenta 5 alternativas, sendo uma e apenas uma correta. Se André sabe resolver a questão, ele marca a resposta certa. Se ele não sabe, ele marca aleatoriamente uma das alternativas. André sabe 60% das questões do teste. Então, a probabilidade de ele acertar uma questão qualquer do teste (isto é, de uma questão escolhida ao acaso) é igual a

a) 0,62. b) 0,60. c) 0,68. d) 0,80. e) 0,56.

Resolução:

Para não trabalharmos com percentuais, podemos pensar que o teste realizado por André tem 100 questões.

Então, ele acertou 60 questões. Restaram 40, onde a probabilidade dele acertar cada questão é de $\dfrac{1}{5}$ ou 0,2, e a probabilidade de erro é de $\dfrac{4}{5}$ ou 0,8.

→ Acertos nas 40 questões: $\dfrac{1}{5}$ de 40 são 8 questões.

Acrescidas das 60 questões que ele já acertou totaliza 68 questões em 100. Ou 68%, ou 0,68.

Resposta CORRETA: letra c.

14. (ESAF – Previdência Social – 2002 – Administração Tributária Previdenciária)

Suponha que a probabilidade de um evento C seja 0,4 e que a probabilidade condicional do evento D dado que C ocorreu seja 0,2. Assinale a opção que dá o valor da probabilidade de ocorrência de D e C.

a) 0,50 b) 0,08 c) 0,00 d) 1,00 e) 0,60

Resolução:

Probabilidade de ocorrência de D e C $\rightarrow P(D \cap C)$.

Dados:

P(D/C) = 0,2

P(C) = 0,4.

Então: $P(D/C) = \dfrac{P(D \cap C)}{P(C)} \Rightarrow 0{,}2 = \dfrac{P(D \cap C)}{0{,}4}$.

$\Rightarrow P(D \cap C) = 0{,}2 \times 0{,}4 = 0{,}08$ ou 8%.

Resposta CORRETA: letra b.

15. (FCC – CEF – 2004 – Técnico Bancário)

A tabela abaixo apresenta dados parciais sobre a folha de pagamento de um Banco

Faixa salarial, em reais	Número de empregados
300 – 500	52
500 – 700	30
700 – 900	25
900 – 1100	20
1100 – 1300	16
1300 – 1500	13
Total	156

Um desses empregados foi sorteado para receber um prêmio. A probabilidade desse empregado ter seu salário na faixa de R$ 300,00 a R$ 500,00 é

(A) 1/3 (B) 2/5 (C) 1/2 (D) 3/5 (E) 7/10

Resolução:

→ Número de casos possíveis (universo - U) = 156.

→ Número de casos favoráveis (evento - E) = 52.

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(U)} = \frac{52}{156} = \frac{1}{3}.$$

Resposta CORRETA: letra A.

• A identificação das questões segue a ordem: instituição elaboradora do concurso – empresa ou órgão contratante do concurso – ano de realização do concurso – cargo e/(ou função).

• Todas as questões foram confrontadas com os gabaritos oficiais das instituições elaboradoras dos concursos, e quando houve divergência (raríssimas vezes) as questões ficaram com ressalvas.

Caro cliente, você recebeu nesse arquivo ao todo 34 itens, dispostos em 15 questões.